

УСЛОВИЯ ЗАДАЧЕК

1

«Три охотника»

Три охотника сварили кашу. Первый дал две кружки крупы, второй — одну, третий — ни одной, но он расплатился пятью патронами. Как должны поделить патроны первые два охотника?

2

«Охрана»

Можно ли расставить охрану вокруг небольшого объекта так, чтобы ни к объекту, ни к часовой нельзя было незаметно подкрасться? (Каждый часовой стоит неподвижно и видит на 100 м строго вперёд.)

3

«Сказка»

В некотором царстве, в некотором государстве есть десять источников с мёртвой водой (№№ 1, 2, ..., 10), которая по вкусу не отличается от обычной, но является сильным ядом (смертельным даже для Кащея Бессмертного). Противоядием для воды из любого источника является вода из источника с большим номером (для воды из источника № 10 противоядия нет). Источники №№ 1, ..., 9 общедоступны, источник № 10 доступен лишь Кащею.

Иван вызвал Кащея на дуэль, предложив обменяться стаканами с мёртвой водой и выпить её. Кащей, конечно, согласился, предложив Ивану воды из источника № 10 и рассчитывая принять её в качестве противоядия. Однако Иван остался жив, а Кащей умер. Как Ивану это удалось?

4

«Торт»

Как тремя прямолинейными разрезами разделить круглый торт на а) семь, б) восемь частей?

5

«Нарушитель»

В городе Запрещаевске в метро строго запрещено провозить предметы, длина, ширина или высота которых превосходит 1 м. Тем не менее первокласснику Васе удалось провезти лыжи длиной 1,5 м. Как?

6

«Средняя скорость»

Дорога между двумя горными сёлами A и B идёт то в гору, то под гору. Автобус, который развивает среднюю скорость 30 км/ч в гору и 60 км/ч под гору, проехал из A в B и обратно. Какова была его средняя скорость на всём пути?

7

«Три мудреца»

Король решил устроить экзамен трём придворным мудрецам A , B и C . Он сообщил, что у него имеются два белых и три чёрных колпака. После этого король завязал глаза мудрецам и надел каждому чёрный колпак. Развязав глаза, король спросил: «Может ли кто-нибудь из вас определить цвет своего колпака?».

Мудрецы ответили:

A : «Нет, так как могу ошибиться».

B : «Нет, так как могу ошибиться».

C : «Да, на мне чёрный колпак!».

Как мудрецу C это удалось?

8

«День рождения»

На свой день рождения Маша испекла торт, имеющий форму правильного шестиугольника $ABCDEF$. Разрезав его так, как показано на рис. 1 (M и K — середины сторон AF и FE соответственно), она отдала два выделенных на рис. 1 куска своим гостям: треугольный — Васе, а четырёхугольный — Пете. Кому из Машиных гостей достался больший кусок торта?

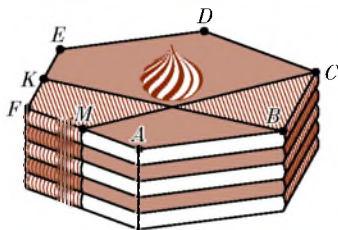


Рис. 1

9

«Волейбольный турнир»

В волейбольном турнире, проходившем в один круг (каждая команда играет с каждой ровно один раз) 20% всех команд не одержали ни одной победы. Сколько команд участвовало в этом турнире?

Следователь Иванов хочет установить по фотографии (рис. 2), куда ехал автобус. Как это сделать?

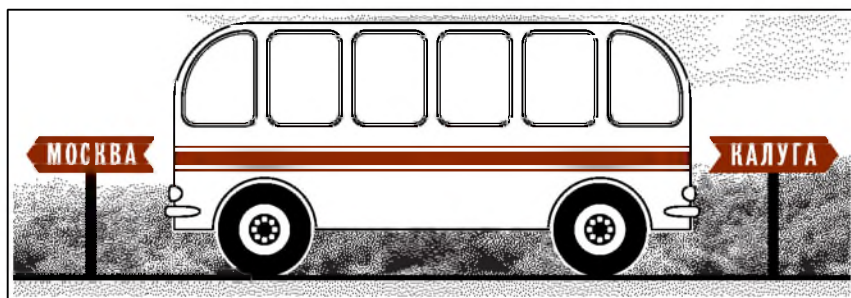


Рис. 2

Али-Баба пытается проникнуть в пещеру с сокровищем. У входа в пещеру стоит барабан с четырьмя отверстиями по бокам. Около каждого отверстия внутри поставлен переключатель, имеющий два положения: «вверх» и «вниз». Разрешается засунуть руки в любые два отверстия, пощупать, как стоят переключатели и переключить их произвольным образом (в частности, можно не переключать). После этого барабан вращается и после остановки нельзя установить, какие именно переключатели переключали в прошлый раз. Разрешается проделать эту операцию до 10 раз. Дверь в пещеру открывается, когда все переключатели в одном положении. Как Али-Бабе попасть в пещеру?

Территория тюрьмы окружена рвом постоянной ширины 2 м (рис. 3). Заключённый оказался на границе этого рва. Он имеет в своём распоряжении две доски длиной 1,9 м каждая. Как ему перебраться через ров?

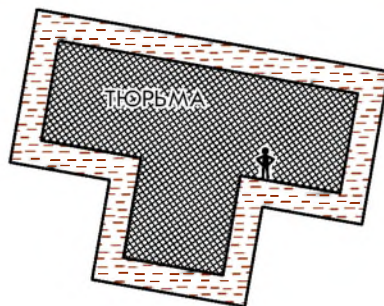


Рис. 3

На шесть внешне одинаковых гирь, массы которых составляют 1 г, 2 г, ..., 6 г, наклеены таблички с надписями «1 г», «2 г», ..., «6 г». Как на чашечных весах за два взвешивания определить, правильно ли наклеены таблички?

В центре поля, имеющего форму квадрата, находится волк, а в вершинах квадрата — четыре собаки. Волк может бегать по всему полю, а собаки — только по его сторонам. Известно, что волк задирает собаку, а две собаки задирают волка. Максимальная скорость каждой собаки в полтора раза больше максимальной скорости волка. Докажите, что собаки имеют возможность не выпустить волка за пределы поля.

Ночь. Мальчик, папа, мама и бабушка находятся на одном берегу реки и хотят перейти по мосту на другой берег. Они имеют при себе один фонарик. По мосту могут идти максимум двое (обязательно с фонариком). Папа способен преодолеть мост за 1 минуту, мальчик — за 2, мама — за 5, бабушка — за 10 минут. За какое наименьшее время все они смогут переправиться на другой берег?

Участки садового товарищества занимают площадь 100×100 м, причём размер каждого участка равен одной сотке (10×10 метров). Девять участков нерадивых садоводов поросли бурьяном. Если для некоторого участка в какой-то момент оказалось, что два или более соседних по стороне участка поросли бурьяном, то на следующий год порастает и он. Докажите, что, тем не менее, все участки садового товарищества бурьяном не зарастут.

За круглым столом сидят семь гномов. Перед каждым стоит кружка. В некоторые из этих кружек налито молоко. Один из гномов разливает всё своё молоко в кружки остальных поровну. Затем его сосед справа делает то же самое. Затем то же самое делает следующий сосед справа и т. д. После того, как последний, седьмой гном

разлил всем остальным своё молоко, в каждой кружке оказалось столько же молока, сколько в ней было вначале. Во всех кружках вместе 3 литра молока. Сколько молока было первоначально в каждой кружке?

18

«Обиженная мать»

Молодой человек живёт в Москве возле станции метро. Когда он едет к девушке, то садится в поезд, подходящий к платформе со стороны центра города. Когда же едет к матери, то садится в поезд, идущий в центр. Молодой человек приходит на станцию каждый день в разное время и садится на первый попавшийся поезд. По каждому из направлений поезда ходят с одинаковым интервалом 3 минуты. Тем не менее, молодой человек бывает в гостях у девушки примерно в 10 раз чаще, чем в гостях у матери. Почему?

19

«Авиалинии»

В некотором государстве система авиалиний устроена таким образом, что любой город соединён авиалиниями не более, чем с тремя другими, и из любого города в любой другой можно долететь, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее число городов может быть в этом государстве?

20

«Коням тесно»

Какое наибольшее число коней можно расставить на шахматной доске так, чтобы никакие два не били друг друга?

21

«Упрямый жучок»

Вы держите один конец очень эластичного резинового шнура длиной 1 м. От второго его конца, который закреплён, к вам со скоростью 1 см/с ползёт жук. Каждый раз, когда он проползает 1 см, вы удлиняете резинку, отступая на 1 метр. Доползёт ли жук до вашей руки?

22

«Замощение уголками»

Из клетчатой доски размером $2^n \times 2^n$ клеток ($n \geq 1$) вырезали одну из клеток. Докажите, что оставшуюся часть можно замостить уголками из трёх клеток.

В парламенте у каждого депутата не более трёх врагов. Докажите, что парламент можно разбить на два комитета так, что у каждого парламентария в его комитете будет не более одного врага. (Считается, что если B — враг A , то и A — враг B .)

В одной школе есть 1000 шкафов для одежды с номерами 1, 2, ..., 1000, которые на ночь запираются. В этой школе живёт 1000 привидений. Ровно в полночь 1-е привидение открывает все шкафы; затем 2-е закрывает шкафы с номерами, делящимися на 2; затем 3-е меняет состояние (открывает, если шкаф закрыт и наоборот) тех шкафов, номер которых делится на 3 и т. д. 1000-е меняет состояние шкафа с номером 1000, после чего привидения исчезают. Сколько шкафов останутся открытыми?

План замка имеет форму равностороннего треугольника со стороной 100 м. Он разделён на 100 треугольных залов (рис. 4). Все стены залов имеют одинаковую длину — 10 метров. В середине каждой стены между залами сделаны двери. Докажите, что если турист захочет пройти по замку, побывав в каждом зале не более одного раза, то он сможет осмотреть не более 91 зала.

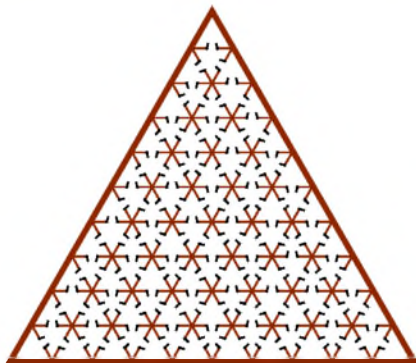


Рис. 4

В забеге участвуют три лошади: Алла, Бэлла и Виола. Ставки на их победу принимаются с соотношениями 1:1, 1:2 и 1:6 соответственно. Это означает, что если вы, например, поставили на Бэлла, и она пришла первой, то вы получаете назад свои деньги плюс удвоенную начальную ставку. В противном случае вы теряете деньги. Игрок имеет в кармане 205 долларов. Может ли он гарантированно выиграть какую-либо сумму? Если да, то какую?

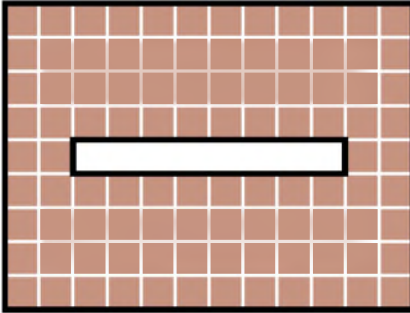
27**«Сложите квадрат!»**

Рис. 5

Разрежьте фигуру, показанную на рис. 5, на две части и сложите из них квадрат.

28**«Раскулачивание»**

У нескольких крестьян есть 128 овец. Если у кого-то из них оказывается не менее половины всех овец, остальные сговариваются и раскулачивают его: каждый берёт себе столько овец, сколько у него уже есть. Если у двоих по 64 овцы, то раскулачивают кого-то одного из них. Произошло ровно семь раскулачиваний. Докажите, что после этого все овцы собрались у одного крестьянина.

29**«Экспертиза»**

Имеется 100 кучек по 100 монет. Одна из кучек состоит из фальшивых монет, которые на один грамм легче настоящих. Вес настоящей монеты составляет 10 граммов. Какое наименьшее число взвешиваний на больших пружинных весах со стрелкой необходимо, чтобы отыскать кучку из фальшивых монет?

30

«Одинокая восьмёрка», самая популярная задача «Американского математического ежемесячника»

Восстановите деление!

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 * * * * * * * * \\
 * * * \\
 \hline
 * * * * \\
 * * * \\
 \hline
 * * * * \\
 * * * * \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad \Bigg| \quad
 \begin{array}{r}
 * * * \\
 * * 8 * *
 \end{array}
 \end{array}$$

В маленьком зоопарке из клетки убежала обезьяна. Её ловят два сторожа. И сторожа, и обезьяна бегают только по дорожкам. Всего в зоопарке шесть узких дорожек одинаковой длины, четыре из которых идут по сторонам квадрата, и две — по его средним линиям (рис. 6). В каждый момент времени обезьяна и сторожа видят друг друга. Могут ли сторожа поймать обезьяну, если обезьяна бегает в три раза быстрее сторожей?

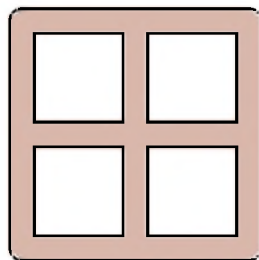


Рис. 6

Профессор математики взял верёвку подлиннее, прикрепил её к картине и повесил картину на два гвоздя так, что она висит, но если выдернуть любой гвоздь, то картина упадёт. Сможете ли вы сделать то же самое? А повесить картину таким же образом на три гвоздя?

На суде в качестве вещественного доказательства предъявлено 14 монет. При этом суд знает, что фальшивые монеты весят одинаково, настоящие монеты весят одинаково, и что фальшивые монеты легче настоящих. Эксперт обнаружил, что монеты с 1-й по 7-ю — фальшивые, а с 8-й по 14-ю — настоящие. Как ему с помощью трёх взвешиваний на чашечных весах без гирь убедить в этом суд?

В Простоквашинской начальной школе учится 20 детей. У любых двух из них есть общий дед. Докажите, что у одного из дедов в этой школе учится не менее 14 внуков. (З а м е ч а н и е: любой ребёнок не может иметь более двух дедушек.)

Король решил устроить проверку своим ста мудрецам и сообщил, что на следующий день он выстроит всех с завязанными глазами в очередь и наденет каждому чёрный или белый колпак.

После того, как глаза будут развязаны, каждый, начиная с последнего в очереди, назовёт предполагаемый цвет своего колпака. Если он при этом не угадает, то будет казнён. У мудрецов ещё есть время договориться, как они будут действовать завтра. Скольким мудрецам наверняка удастся спастись?

36

«Раздел страны»

В игре «Десант» две армии захватывают страну. Они ходят по очереди, каждым ходом занимая один из свободных городов. Первый свой город армия захватывает с воздуха, а каждым следующим ходом она может захватить любой город, соединённый дорогой с каким-нибудь уже занятым этой армией городом. Если таких городов нет, армия прекращает свои боевые действия (при этом, возможно, другая армия свои действия продолжает). Найдётся ли такая схема городов и дорог, что армия, ходящая второй, сможет захватить более половины всех городов, как бы ни действовала первая армия? (Число городов конечно, каждая дорога соединяет ровно два города.)

37

«Эпидемия», или «Вредные прививки»

Коротышки, живущие в Цветочном городе, вдруг стали болеть гриппом. В один день несколько коротышек простудились и заболели, и хотя потом уже никто не простужался, здоровые коротышки заболели, навещая своих больных друзей. Известно, что каждый коротышка болеет гриппом ровно день, причём после этого у него по крайней мере ещё один день есть иммунитет — т. е. он здоров и заболеть опять в этот день не может. Несмотря на эпидемию, каждый здоровый коротышка ежедневно навещает своих больных друзей. Когда началась эпидемия, коротышки забыли о прививках и не делают их. Докажите, что

а) если за день до эпидемии какие-нибудь коротышки сделали прививку и имели в первый день иммунитет, то эпидемия может продолжаться сколь угодно долго;

б) если же в первый день иммунитета ни у кого не было, то эпидемия рано или поздно кончится.

38

«100 узников»

В тюрьму поместили 100 узников. Надзиратель сказал им: «Я дам вам вечер поговорить друг с другом, а потом расскажу по отдельным камерам, и общаться вы больше не сможете. Иногда я буду

одного из вас отводить в комнату, в которой есть лампа (вначале она выключена). Уходя из комнаты, вы можете оставить лампу как включенной, так и выключенной. Если в какой-то момент кто-то из вас скажет мне, что вы все уже побывали в комнате, и будет прав, то я всех вас выпущу на свободу. А если неправ — скормлю всех крокодилам. И не волнуйтесь, что кого-нибудь забудут — если будете молчать, то все побываете в комнате, и ни для кого никакого посещение комнаты не станет последним».

Придумайте стратегию, гарантирующую узникам освобождение.

39

«Мартышка и кокос»

Мартышка поднимается на один из 100 этажей небоскрёба и бросает вниз кокос. Она пытается выяснить, с какого наименьшего этажа нужно бросить кокос, чтобы тот разбился. Каково минимальное число попыток, достаточное для этого, если у мартышки всего два кокоса?

40

«Три шкатулки»

Ведущий игры «Чудесное поле» предлагает игроку указать на одну из трёх шкатулок, в которой, по его мнению, находятся деньги. После чего хитрый ведущий открывает одну из оставшихся шкатулок (пустую, так как ведущий знает в какой из трёх шкатулок деньги) и предлагает игроку изменить свой выбор. Стоит ли игроку это делать?